平均律の歴史的位置

The Historical Position of Equal Temperament

坂崎　紀

１．はじめに

本稿はヨーロッパ音楽における平均律の理論化と実用化の時期をどこまで遡及できるか考察するものである。ここでいう「平均律」とは「１オクターブを12個の等しい半音に分割する音律」であり、数学的には「半音を 1:2^(1/12)とする音律」と定義される[注1]。

２．アリストクセノス

アリストクセノス Alistoxenos（紀元前４世紀）は「５度は４度よりも全音大きく、４度は２全音半に相当し、全音は２つの等しい半音、３つの等しい３分音、４つの等しい４分音に分かれる」と述べている（Mathiesen 1999: 325）。彼は数比を用いた記述を残していないが、ここで仮にギリシアのテトラコルド（完全４度）を３：４とすれば、アリストクセノスの半音は完全４度を５等分した音程すなわち(4/3)^(1/5) ＝ 99.6 セントとなる。

アリストクセノスは「音程を真に決定するには耳によらねばならず、ピュータゴラースの後継者たちが教えたような数比によってはならない」と主張した（Grout and Palisca 1960: 邦訳 26）。これは現代の聴覚生理学、聴覚心理学的知見に通じる考え方であり、「（自然倍音列に由来する）単純な整数比の音程が協和する」という、いくぶん同語反復的な定義を前提とすることを批判したものといえる。

古代ギリシャでは、まだ和声的音楽や多声音楽は実践されておらず、音楽のほとんどは単旋律で、現代的な意味での転調も行われなかったと考えられている。したがってアリストクセノスが平均律を提唱した理由は（後代に議論の的となる）「三和音の純正さ」や「転調のしやすさ」ではない。単旋律で、かつ転調もしない音楽において平均律がなんらかの積極的な存在理由を持つとすれば、それは「半音がふたつで全音となる」あるいは「全音２つと半音ひとつで完全４度となる」という明快さにあったと推測される。

アリストクセノスは音程を定性的に論じており、数学的に記述していないが、音楽の実践面では、「半音がふたつで全音となる」という定義は単純でわかりやすく、実用的である。これに対して数比を用いて音程を記述するピュタゴラス音律では２半音は全音とならない。単旋律レベルでの音程は知覚の許容範囲が広いので、アリストクセノスのいう全音や半音の閾値にはかなりの幅があったと考えられるが、彼が平均律を現実的かつ実践的な音律として考えていたことは確実といえる。

「半音がふたつで全音となる」ような音律は、古代ギリシャで用いられていた管楽器や弦楽器上で近似的に（人間の聴覚が許容できる精度で）実現できたと考えられる。そしてこの場合の「半音」や「全音」は聴覚心理学的意味でのカテゴリーと呼ぶべきべきもので、必ず

しも音響物理学的に厳密に定義される必要はなかったと思われる。なお平均律の半音は２の12 乗根 だが、これは「平方根の平方根の立方根」に等しい。そして平方根と立方根は古代シュメール時代にすでに近似的に求めることができたとの説がある。このことからすれば古代ギリシャ時代に平均律を実現する（２の12乗根を求める）ことは不可能ではなかったと考えられる。

現存するヨーロッパ中世の音楽理論に関する資料のほとんどはキリスト教会（修道院、教会学校を含む）によって作成され伝承されたもので、音律に関しては、ほとんどがピュタゴラス音律に依拠している。単旋律聖歌の歌唱にはピュタゴラス音律に基づくモノコードが使用された。中世には世俗音楽も存在したが、その具体的な実態については記録されることがなく、大きな空白となっている。ここで軽々に「世俗音楽ではアリストクセノスの平均律が用いられた」とすることはできないが、しかし、教会音楽に比べてより人間的な中世の世俗音楽において、実用的かつ実践的な音律としてアリストクセノスの理念に由来する音律が使われた可能性は否定できない。

３．16 世紀の記述

ここでは音律に関する 16 世紀の記述の中から平均律の理論と実践に関連する例を取りあげ、考察する。

3.1.　シュリック（1511）

シュリック（Schlick 1511）は『オルガン製作者とオルガニストの鏡』の第８章でオルガンの調律法について述べている。H.フスマンは『シュリック音律の性格について』においてシュリックの記述した調律法の５度連鎖を次のように推定した（Barber 1980: 121-122）。

As → Es	706 セント
Es → B	698
B → F	699
F → C	698
C → G	698
G → D	698
D → A	698
A → E	698
E → H	698
H → Fis	701

Fis → Cis　　696

698セントの５度が７箇所となっているが、これは中全音律（ミーントーン）５度（696.6セント）と平均律５度（700セント）の中間の値である。これによってシュリックはヴォルフを軽減し、使える和音や調の範囲を拡大したと考えられる。

シュリックの著述は中世〜ルネサンスにしばしば見られる思弁的な学問や数学的な学問としての音楽 musicaを論じた理論ではなく、実践的な楽器製作について述べたもので、調律法についても数比を用いずに記述している。

従来、このシュリックの音律に関する記述は中全音律のことを指している、と解釈されてきた。一見「狭い５度」というのが中全音律５度と解釈できるからである。しかし、他の部分でシュリックは「シャープキーの分割は実用的ではない」と指摘している（Schlick 1511: 77)。つまり彼は分割キーを採用するよりも、（たとえ長３度の純正さが失われようとも）転調可能性が広く、使える和音の多い音律を採用した、と考えられる。したがってシュリックの「狭い５度」は「転調可能性が高く、使える和音の多い音律を目指した」限りにおいて、平均律５度を指向していたとみなすことも不可能ではない。

12音鍵盤の成立と３度音程の改善については不明な点が多いが、少なくとも「16世紀には中全音律が支配的に用いられていた」とするのは過度の一般化といえる。白砂（1982）によれば５度をいくぶん狭くして調律する方法について最初に記述したのはガフォーリ（1496）で、３度を純正（4:5）にするために５度を狭くする音律としての中全音律［注2］を最初に明確に記述したのはアーロン（1523）である。ガフォーリとアーロンの中間に位置するシュリックは「高すぎる３度は補正しなければならない」と述べてはいるが「３度を純正にする」とは述べていない。この意味において、シュリックの示した音律は中全音律ではなく、より実用的な、調整された音律であったと考えられる。

3.2.　グラマテウス（1518）

グラマテウスHenricus Grammateus (c.1492-1525/26)は1518年にピュタゴラス音律によって全音階を得、次に各全音を等分して半音を得る方法を述べている（Lindley 1980)。ピュタゴラス音律における全音は8:9（204セント）であるから、これを等分したグラマテウスの半音は102セントとなる。他方、ピュタゴラス音律の短２度（2:3を５回重ねることで得られる全音階的半音、e-f, h-c）は243:256で90セント、増１度（2:3を７回重ねることで得られる半音階的半音、c-cis、g-gisなど）は2048:2187で114セントである［注3]。

このため、たとえば「c-cis-d」の半音階を考えた場合、ピュタゴラス音律では「c-cis」は114セント、「cis-d」は90セントとなって半音階は不均等となる。これに対してグラマテウスの方式では「c-cis」が102セント、「cis-dis」が102セントで均等となる。グラマテウスの方式でも「e-f」、「h-c」は90セントであるから、全体としては平均律とはみなせないが、１オクターブ内の12半音のうち10個までが102セントの半音である、という点において「平均律を志向した最初期の試み」とみなすことは可能だろう。

なおグラマテウスは全音8:9の中間比(8/9)^(1/2)を求めるために、円の直径を8:9に分割する点aから垂線を立て、円弧と交差する点をbとしたとき、直線abが8:9の幾何平均となるという作図による幾何学的方法を述べている。

3.3.　ランフランコ（1533）

ランフランコG.M. Lanfranco (1545没)は『音楽論Le scintille di musica』(1533)において「５度を耳が満足しない程度まで下げ、３度を耐えられる限り高く取る」と述べている（Lindley 1980)。数比は示されていないものの、この方法は基本的に平均律の調律法と合致しており、実践的に、あるいは経験的に平均律に近似した音律を念頭に置いていた可能性がある。

3.4.　サリナス（1577）

サリナスSalinasは『音楽論第７巻 De musica libri septem...』(1577)において、メソラビウムmesolabeを用いて中間比を求める方法に言及している（Lindley 1980)。メソラビウムとは建築などにも使用された器具で、３枚の正方形の板をずらして重ね合わせることにより、幾何学的方法で中間比を求めることができた。このメソラビウムが楽器にとって実用的な精度で機能すれば、代数的方法で平方根および立方根が算出できなくてもモノコードやリュートあるいはチェンバロを平均律で調律できた可能性がある。

3.5.　V.ガリレイ（1581）

ヴィンチェンツォ・ガリレイ Vincenzo Galilei (ca.1520-1591）は《古代と今日の音楽に関する対話 Dialogo della musica antica et della moderna》（1581）において、半音を17:18（99セント）とする平均律を記述している（Lindley 1980)。この数比は単純な整数比での近似として実用的に充分なものであり、リュートやヴィオールなどのフレットの位置を決定するために用いられたとされているが、この方法が鍵盤楽器での平均律の実現を促進した可能性は高い。

3.6.　ツァルリーノ（1588）

ツァルリーノ Gioseffo Zarlino（1517-1590）は《音楽的補足 Sopplimenti musicali》（1588）の中で、シシリーの聖マルティノ修道院長ジロラモ・ロセッリの言葉として以下のように述べている（Lindley 1980)。

> ディアパソンあるいはオクターブを12の均等な部分に分割する方法によって・・・歌手、楽器奏者、作曲家が以下のようなことが可能になるので、すべての困難が軽減される・・・すなわち12の音のうち、どこからでも「ドレミファソラ」と歌ったり楽器を奏したりできるようになり、すべての音を経過することができる（彼ロセッリはこれを円環音楽と呼ぶ)。このためにすべての楽器が調律を維持でき、ユニゾンで演奏でき、そして彼によればオルガンの音が高すぎることも、低すぎることもなくなる[注4]。

この記述では、まず広く知られているように平均律では１オクターブ内の12個のいずれの音を主音としても長短調を演奏できることが述べられているが、さらに重要なのは「平均律が合奏に適している」という指摘がなされている点である。弦楽器や管楽器は鍵盤楽器ほどには音律に関して固定されておらず、意図するにせよしないにせよ、音高は柔軟に変化する。フレットなしの弦楽器では、持続音の音高の変動はしばしば半音近くにま

で達する。

このような楽器と鍵盤楽器の合奏において、半音階が不均等な中全音律では、合奏する楽器によっては極めて不快な響きが生じる。このような場合には、むしろしばしば古典調律支持者がいうところの「平均律の没個性」が好ましいことになるだろう。「オルガンの音が高すぎることも低すぎることもない」という記述は、すべての調において音程が均質化される平均律の特性が、さまざまなピッチの管弦楽器と合奏する際に好都合であることを述べたものと解釈できる。

さて前掲のツァルリーノの引用はあくまで「こうなれば便利だろう」という予言だったのだろうか。本稿3.1.～3.5.で取り上げた記述からすると、すでにこの時点で平均律が実践されていたためにその長所を述べた、という可能性がある。とすれば16世紀末には（一部であるにせよ）平均律が実用化されていたということになる。

４．初期の数学的定義

ここでは平均律の数学的定義の最初期と考えられる朱、ステヴィン、メルセンヌの記述について考察する。

4.1.　朱載［土育］(1584)

【本節の外字表記について】

［土育］は「土」扁に「育」で１文字

「遂賓」の「遂」は之繞（しんにょう）ではなく「麹」の麦繞（ばくにょう）。

中国明朝の音楽理論家、朱載［土育］は『律呂精義』(1584）内篇において平均律[注5]を記述している（田邊 1931)。これは平方根、立方根によって平均律を求めた最初の記述である（計算にはおそらく算木を用いたものと思われる)。朱は平均律の算法を以下のように述べる[注6]（田邊 1931:45)。

> 新法算律用勾股術命平方一尺為黄鐘之率勾自乗股自乗相併開平方得弦即
> 遂賓倍律之率以勾乗之開平方即南呂倍律之律仍以勾乗之又以股乗之開立
> 方即應鐘倍律之率云々。

平均律の半音の音程比（実際には弦長比や管長比で示される）を厳密に定義するために必要とされる２の12乗根は「平方根の平方根の立方根」に等しい[注7]。

2^(1/12)=2^((1/2)*(1/2)*(1/3))

田辺は上掲の朱の記述を以下のような３段階の手順と解釈した。

（１）黄鐘と（上の）黄鐘の完全８度（1:2）を平方根で２等分することによって遂賓を得る（黄鐘と遂賓は６半音＝増４度／減５度となる)。

（２）黄鐘と遂賓を平方根で２等分することによって南呂を得る（遂賓と南呂は３半音＝短３度／増２度となる）。
（３）黄鐘と南呂を立方根で３等分することによって応鐘を得る（黄鐘と応鐘は１半音＝短２度／増１度となる）。

この手順をヨーロッパの音名で言い換えるなら、以下のようになる。

（１）完全８度（c-c'）を２等分して fis (ges)を得る。
（２）増４度（c-fis）を２等分して dis (es)を得る。
（３）短３度（c-es）を３等分して cis (des)を得る。

中国古来の十二律はピュタゴラス音律と同じく、三分損益法（2:3の連鎖）で求められ、すでに周代に記述され、計算法は漢代に確立したが、朱は十二律から直接（ヨーロッパにおけるような純正律や中全音律を経過することなく）平均律に到達している点が興味深い。この点はヨーロッパの平均律の歴史を考える上でも示唆的である。

つまり平均律はピュタゴラス・コンマを12個の完全５度に均等に分配することで、言い換えるなら完全５度（2:3=702セント）をごくごくわずか（2セント）狭くすることで、解消する方法といえるからである。あるいはまた、そもそも十二律そのものが、数学的定義はさておき、１オクターブを12の半音に分割するという意味において平均律に到達する性質を内包していたともいえよう。

朱は前述の計算方法に基づき、１オクターブを９尺：4.5尺とした管長で平均律を記述した（田邊 1982）。

音名	管長（尺）	隣接音程（セント）	誤　差（セント）
黄鐘	4.500		
応鐘	4.767	99.787949	−0.212051
無射 [注８]	5.051	100.184900	0.184900
南呂	5.351	99.887385	−0.112615
夷則	5.669	99.942888	−0.057112
林鐘	6.006	99.972247	−0.027753
遂賓	6.364	100.235233	0.235233
仲呂	6.742	99.891350	−0.108650
姑洗	7.143	100.024193	0.024193
夾鐘	7.568	100.058361	0.058361
太簇	8.018	99.996395	−0.003605
大呂	8.494	99.842029	−0.157971
黄鐘	9.000	100.177071	0.177071

平均	100.000000	0.000000

平均律の理論値（半音＝100セント）との誤差は±0.3セント未満と高い精度を示しており、朱が正しく平方根と立方根を計算していたことを示している。また有効桁数４桁で記述している点も興味深い[注9]。

ただし、中国においては朱の平均律[注10]は理論にとどまり、実際の楽器の調律に適用されることはなかったとされている。

4.2. ステヴィン（1585）

ステヴィン Simon Stevin は未刊行の著述《歌唱技法の理論について Vande Spiegheling der Singconst》（1585）において１オクターブを10000:5000として以下のように平均律を記述した（Stevin 1585: 447）。

	弦長	隣接音程（セント）	誤差（セント）
同度	10000		
半音	9438	100.136308	0.136308
全音	8909	99.861201	−0.138799
全音半	8409	99.995111	−0.004889
２全音	7936	100.226663	0.226663
２全音半	7491	99.904444	−0.095556
３全音	7071	99.892875	−0.107125
３全音半	6674	100.035087	0.035087
４全音	6298	100.389515	0.389515
４全音半	5944	100.151570	0.151570
５全音	5611	99.811444	−0.188556
５全音半	5296	100.025749	0.025749
６全音	5000	99.570033	−0.429967
６全音半	4719	100.136308	0.136308
７全音	4454	100.055536	0.055536
平均		100.013703	0.013703

ステヴィンもまた、平方根と立方根を求めることにより、この数値を得ている。朱に比べ

て若干精度は低いが、音楽の実践面では充分な精度が得られている[注11]。

4.3. メルセンヌ（1636）

計算式	解	隣接音程比（セント）
1000000	100000.00	
(2*10^60)^(1/12)	105946.31	100.000000
(2*10^30)^(1/6)	112246.20	100.000000
(2*10^20)^(1/4)	118920.71	100.000000
(2*10^15)^(1/3)	125992.10	100.000000
(32*10^60)^(1/12)	133483.99	100.000000
(2*10^10)^(1/2)	141421.36	100.000000
(128*10^60)^(1/12)	149830.71	100.000000
(4*10^15)^(1/3)	158740.11	100.000000
(8*10^20)^(1/4)	168179.28	100.000000
(32*10^30)^(1/6)	178179.74	100.000000
(2048*10^60)^(1/12)	188774.86	100.000000
2000000	200000.00	100.000000

メルセンヌは『宇宙の調和 Harmonie Universelle』(1636)において、１オクターブを1000000:2000000とし、以下の計算式［注12］によって平均律を記述した（Jorgensen 1991: 15-17）。これは数学的に完璧な平均律の記述であり、この時までに、ヨーロッパにおいて平方根と立方根の精密な算法が確立されていたことを示している。

５．共有弦クラヴィコードの実例（1725）

クラヴィコードは、弦と鍵盤の対応によって、独立弦型 クラヴィコードunfretted clavichord , bundfreies Clavichord と共有弦型 クラヴィコード fretted clavichord, gebundenes Clavichord の２種に大別される。独立弦型は、現代のピアノと同じく、個々のキー（およびタンジェント）に対して１組（通常２本）の同じ音高に調弦された弦を有する。たとえば音域C～c3で49鍵の半音階鍵盤を有する独立弦型クラヴィコードは49組98本の弦を有する。

共有弦型クラヴィコードでは、１組２本の弦を２つないし３つのキーで共有する。一般にはナチュラルキーと隣接するシャープキーで共有する場合が多く、たとえばcとcisで１組の弦を共有する（double fretted）。この場合、cキーのタンジェントとcisキーのタンジェントが弦長の半音相当の長さだけずれた位置で同じ組の弦をたたく。したがってcとcisを同時に鳴らすことはできない。

また、cからcisへのレガート奏法は可能だが、cisからcへのレガート奏法はできない。cisからcを演奏するときにはcisキーをいったん完全に離鍵してからcキーをたたく必要がある。小型のクラヴィコードでは、さらに３つのキーが１組の弦を共有するタイプ（triple fretted）も作られた。

歴史的には、クラヴィコードはモノコードから発達したと推定されている。15世紀末の写本には、1組の弦を25鍵の半音階鍵盤で共有したクラヴィ・モノコルド（鍵盤付きモノコード）の図［注13］が見られる（Waesberghe1969: 邦訳 164-165）。おそらくはこのタイプの楽器を出発点として、次第に弦の数が増え、共有弦型クラヴィコードが発達史、最終的に独立弦型クラヴィコードに到達したものと考えられる。

現存する有弦鍵盤楽器（クラヴィコード、チェンバロ、フォルテピアノ等）からは、製作当時の音律を確定することはできない（ピッチも確定できない）。ただし共有弦型クラヴィコードに限り、弦を共有するキーのタンジェントの相対的位置関係が（後世に変更されることなく）保存されていれば、弦を共有する２ないし３音の音程関係が判明する。

たとえば、c と cis のキーが１組の弦を共有している場合、ブリッジから c のタンジェントまでの距離と、ブリッジから cis のタンジェントまでの距離の比が c-cis の半音の「音程比」となる（弦長は測定可能だが、弦の材質と張力が不明なため、絶対音高は確定できない）。

したがって共有弦型クラヴィコードについては、製作当時の音律をある程度まで推定することが可能となる。Henkel（1981）はライプツィヒ楽器博物館所蔵の各種クラヴィコードを調査し、共有弦型クラヴィコードについては、その音程比をセント値で求めた。この中で Henkel は「平均律の可能性が高いクラヴィコード」として、目録番号 3072 を挙げている。この楽器は 1725 年に Johann Conrad Speisegger によって製作されたもので、１段鍵盤、音域 C ～ c3、複弦（8'+8'）の共有弦クラヴィコードである。これら弦を共有するキーの半音の比は以下のようになっている［注14］（Henkel 1981: 71-72）。

	c	c1	c2	平均
c–cis	84.710	91.570	93.200	89.830
d–dis	103.250	113.770	104.440	107.150
f–fis	84.470	103.680	104.400	97.170
g–gis	95.070	102.210	107.590	101.620
gis–a			102.850	
ais–h	95.270	91.130	118.550	101.650
h–c			98.140	
平均	92.554	100.472	104.167	99.484

実際の鍵盤楽器では、高音にいくほど音程を理論値よりも広く取らなければ聴感上不自然に感じられるため、この楽器でも音域が高くなるにつれ、半音が広くなる傾向が認められる。しかし、それぞれの音域内では、半音がほぼ同じ値となっている点に注目しなければならない。

クラヴィコードのタンジェント（通例真鍮製）は木製のキーレバーに直接植え込まれているため、タンジェント間の距離はキーレバーの経年変化による誤差の影響を受けることを考えあわせれば、この楽器が平均律用に製作された可能性は高い［注15］。

したがって、遅くとも18世紀の第１四半世紀までには、平均律が実用化されていた可能性が高いといえる。

６．18 世紀の記述

ここでは 18 世紀の記述から、平均律の意味と実用化の時期について考察する。

6.1. C.P.E. バッハ：『正しいクラヴィーア奏法』（1753）

C.P.E. バッハ Carl Philip Emanuel Bach（1714-1788）は『正しいクラヴィーア奏法』14 章で以下のように述べている。

> クラヴィコードもフリューゲルも、gut temperiert［適度に調整］されなければならない。つまり 5 度と 4 度を調律し、そして長短の 3 度および完全和音を試し聞きしながら、大概の 5 度を、耳で聞いても分からないほど完全な純正律からずらし、そして 24 の調がすべてうまく用いられるようにしていくのである。4度を試し聞きすると、4 度は 5 度よりもその基音に近いために、5 度に必要な唸りがいっそう明瞭に聞き取れるようになるという利点がある。このように調律されたクラヴィーアは、演奏の面からする限り、すべての楽器のなかでも最も純正な楽器であると考えることができる。というのは、クラヴィーア以上に純正に調律（調弦）することができる楽器は一部にあるとしても、クラヴィーア以上に純正に演奏できる楽器はない、ということができるからである。クラヴイーアでは、24 の調のなかのどの調ででも、同じ程度の純正さで演奏することができるのである。（Bach 1753:邦訳 18-19）

一部の研究者は冒頭の「大概の５度」をもって「すべての５度ではないので、平均律を意味しない」とするが、C.P.E. バッハは続けて以下のように述べている。

> したがってわれわれは今日この新しい調整律によって、一部の調が今日の多くの楽器よりも純正であった古い調整律によっていたかつてよりも、大きく前進したのである。（Bach 1753:邦訳 19）

これは明らかに３度を純正とした中全音律およびその変形としての各種不等分音律に対して平均律の優位性を述べた記述である。したがって C.P.E. バッハの音律は平均律に極めて近似した音律だったとみなすべきだろう。

6.2. テュルク（1789）

テュルク Daniel Gottlob Türk（1750-1813）の『クラヴィーア奏法』（1789）には、以下の記述が見られる。

> 種々様々な理由から、しかしなによりも、平均的調整律によると

> 各調の諸々の特徴が失われるという理由から、キルンベルガーは、それまでにほとんど一般的に受け入れられていた平均的調整律は必ずしも有益ではないと考えた。そこでズルツァーも彼の『一般芸術論』において、平均的調整律を完全に拒否し、その代わりにキルンベルガーの非平均的調整律を推薦している。この調整律によると、音程の一部は完全に、あるいはほとんど完全に純正に調律され、一方他の音程はその分だけ非純正に調律されることになる。したがってこのような調整律によると、どの調も独自な性格をもつようになるに違いないというのは、すぐにもみてとることができる。しかしながら、こうした長所の代わりに、それに劣らず大きな短所が生まれることになる。　・・・（中略）・・・　作曲者が平均的調整律を前提として作曲した楽曲はキルンベルガーの原則によって調整されたクラヴィーアで弾いても、所期の効果をあげることができるのだろうか、等をはじめ、決して重要でなくはない数多くの問題が、理論家たちによって答えられなければならない。（Türk 1789: 邦訳445-446）

この記述からすると、キルンベルガーが1771～79年に出版した『純粋作曲法』で述べている音律は、当時一般的だった平均律に対して（いささか時代錯誤的に）提示されたものとみなせる。またこのテュルクの記述からは、キルンベルガーが不等分律を提唱した主な理由が（和音の純性さではなく）「調の性格」だったことがうかがえる。

なお、ここでいう「平均的調整律」については、テュルクによって以下のように定義されており、明らかに平均律を意味している。

> どの５度も同じ程度に低めにとられ、どの長３度も同じ程度に高めにとられるとき、その調整は平均的調整律 gleichschwebend であるといわれる。この場合は当然、どの調の場合にも同じ程度の純正さで演奏することができると同時に、どの調の場合もまったく純正には演奏することができない。しかしながら、そのために要求されるずれはごく僅かなので、われわれの耳はこの調整に慣れっこになっていて、このようにして調整されたクラヴィーアも純正であるとみることができる。（Türk 1789: 邦訳 443-444）

これらの記述から、少なくともドイツにおいては18世紀の第４四半世紀には平均律が「一般的に」あるいは「広範囲に」使用されていたとみなせる。

以上、共有弦クラヴィコードの実例、テュルクとC.P.E.バッハの記述から、ドイツにおいては18世紀中葉には平均律が一般に広く使用されていたことが確実とみなせる。

7．結　語

共有弦クラヴィコードの実例と、テュルクやC.P.E.バッハの記述から、ドイツでは18世紀前半にはすでに平均律が広く使用されていたと推定される。では平均律が使用され始めたのはいつだろうか。ステヴィンやメルセンヌの記述以後だったのだろうか。

分野によっては理論が実践の後に確立されることも稀ではない。特に音楽においては、楽器製作や作曲の実践が先行し、その後に理論化、体系化がなされることも多い。典型的な例がパイプオルガンの音色合成方法で、倍音についての音響学的理論が確立されるはるか以前に、整数次倍音を強制的にパイプで鳴らすことによって音色を制御する方法が実用化されていた。

平均律においても、厳密な数学的定義以前に「ごくわずかに５度を狭くし、３度を高めに取る」という方法によって実用的に充分な精度の調律が実践されていた可能性がある。現在のピアノでの平均律の調律法は「うなり」をカウントするが、これは基本的に測定器や平均律音叉を用いなくても、いわゆる「耳の良い」音楽家やピアノ技術者であれば可能である。

音楽作品の実例（たとえばウィラールトやジェスアルドなどの半音階的和声進行を含む作品）や同時代の記述から総合的に判断するなら、平均律は16世紀後半～17世紀初頭にある程度の範囲で実用化されていたと考えるのが妥当だが、最大限遡ればすでに16世紀初頭に平均律に調律された鍵盤楽器が存在した可能性さえあるといえるだろう。

注

1）本稿では表計算ソフトウエアあるいは関数電卓での確認を容易にするため、計算式にコンピュータ言語で用いられる表記法を採用する。たとえば2^(1/12)は「２の、12分の１乗」すなわち「２の12乗根」を意味する。

2）本稿での「中全音律」とは、完全５度をシントニック・コンマ（80:81）の４分の１だけ狭くする音律の意味に限定する。

3）ピュタゴラス音律ではc-cisの増１度が114セント、cis-dの短２度が90セントとなり、c-desの短２度は90セント、des-dの増１度が114セントとなる。したがって、cisはdesよりも24セント高い。

4）邦訳は筆者による。

5）朱は「密律」と名付けた。

6）「勾股術」とは連比例の計算の意。

7）したがって平均律を表現するためには必ずしも「対数の概念」は必要とされない。

8）「無射」が「5.001」となっているが、前後の数値から「5.051」の誤植と判断した。

9）この朱の平均律に関する記述が、当時中国に滞在していたマテオ・リッチら宣教師によってヨーロッパにもたらされ、後述のステヴィンに影響した、との説がある（Temple 1998）。しかし平均律の考え方そのものはステヴィン以前にも存在しているから、安易に「平均律は中国で生まれ、ヨーロッパに伝わった」と単純化するべきではないだろう。朱の平均律が即座にヨーロッパに伝えられたことを示す証拠はなく、ステヴィンが朱の記述を知っていたかどうかも確証されていない。試みに各半音の100セントからの誤差の標準偏差は朱が0.142、ステヴィンが0.215で、朱の方が若干精度が高い。

10）後には「連比例十三律」と呼ばれた。
11）音高の識別閾に関しては諸説があるが、おおむね２～３セント未満の違いは経時的にも同時的にもほとんど識別できない。ステヴィンの平均律の誤差は0.5セント未満であり、充分な精度といえる。
12）メルセンヌは指数形式ではなく、ゼロを連ねた整数で表現している。たとえば４行目は「2000000000000000の立方根」としている。しかしこの表記では最大60桁におよぶため、本稿では指数形式に書き換えた（数学的にはメルセンヌの表現と等価である）。
13）この図では、極度に折れ曲がったキーレバーが描かれている。実際の楽器を描いたものなのか、単に概念を示したものなのかは慎重に判断されなければならない。
14）最下行の音域ごとの平均は筆者による。
15）J.S.バッハの《平均律クラヴィーア曲集》第１巻の完成年（浄書年）は1722年である。

参考文献

Bach, Carl Philipp Emanuel. 1753. *Versuch über die wahre Art das Clavier zu spielen.* Berlin.（邦訳：カール・フィリップ・エマヌエル・バッハ『正しいクラヴィーア奏法』東川清一訳　全音楽譜出版社、2000年。）

Barber, Elizabeth Berry. 1980. Notes to English Translation of *Spiegel der Orgelmacher und Organisten* by Arnold Schlick. Fritz Knuf.

Barbour, J. Murray. 1951. *Tuning and Temperament: A Historical Survey.* New York: Dover.

Deutsch, Diana, ed. 1982. *The Psychology of Music.* Academic Press（邦訳：ダイアナ・ドイチュ『音楽の心理学』（上）　寺西立年、大串健吾、宮崎謙一監訳　西村書店、1987年。）

Grout, Donald Jay, and Palisca, Claude V. 1960. *History of Western Music.* Norton.（邦訳：D.J.グラウト、C.V.パリスカ『新 西洋音楽史（上）』戸口幸策、津上英輔、寺西基之共訳　音楽之友社　1998年。）

Henkel, Hubert. 1981. *Clavichorde.* Frankfurt/ Main: Verlag das Musikinstrument.

Jorgensen, Owen H. 1991. *Tuning.* East Lansing: Michigan State University Press.

Kelletat, Herbert. 1981. *Zur musikalischen Temperatur: I. Johann Sebastian Bach und seine Zeit.* Kassel: Edition Merseburger.（邦訳：H. ケレタート『音律について　上巻』竹内ふみ子訳　シンフォニア、1990年。）

Kelletat, Herbert. 1982. *Zur musikalischen Temperatur: II. Wiener Klassik.* Kassel: Edition Merseburger.（邦訳：H. ケレタート『音律について　下巻』竹内ふみ子訳　シンフォニア、1999年。）

Lindley, Mark. 1980. *"Temperament"* in The New Grove Dictionary of Music and Musicians. vol. 18, pp.660-674.

Mathiesen, Thomas J. 1999. *Apollo's Lyre.* Lincoln and London: University of Nebraska Press.

Schilick, Arnolt. 1511. *Spiegel der Orgelmacher und Organisten.* Mainz. translation and notes by Elizabeth Berry Barber. Buren: Frits Knuff, 1980.

Stevin, Simon. ca.1585. *On the theory of the art of singin.* translated by Adriaan Fokker of Vande Spiegeling der Singconst in Princiapl Works of Simon Stevin vol. 5, A.D. Fokker ed. Amsterdam: 1955-1966. pp. 413-464.

Temple, Robert. 1998. *The Genius of China.* London: Prion Books.

Türk, Daniel Gottlob. 1789. *Klavierschule.* Leipzig und Halle.（邦訳：テュルク『クラヴィーア教本』東川清一訳　春秋社　2000 年）

Waesberghe, Joseph Smitz van. 1969. *Musikerziehung: Lehre und Theorie der Musik im Mittelalter.* Leipzig: VEB Deutscher Verlag fuer Musik.（邦訳：ヨセフ・スミツ・ヴァン・ワースベルへ『音楽教育――中世の音楽理論と教授法』東川清一他訳　音楽之友社　1986 年）

梅本堯夫．1966.『音楽心理学』誠心書房.

白砂昭一．1982.「調律」『音楽大事典』第３巻、1512-1514 頁．平凡社.

田邊尚雄．1931.『音樂理論』共立社。

田邊尚雄．1982.「12 律」『音楽大事典』第３巻、1110-1112 頁．平凡社.

谷口高士編著．2000.『音は心の中で音楽になる』北大路書房.

東川清一編．2001.『古楽の調律』　春秋社.

山本建郎．2001.『アリストクセノス「ハルモニア原論」の研究』　東海大学出版会.

【謝辞】

2004 年８月、MACS-ML において平賀譲さん（筑波大学）より、4.1 項中の計算式の誤りと平均律各音の求め方の解釈の誤りをご指摘いただきました。訂正するとともに謝意を表します。

初　出：『音楽文化研究』第１号（2001）．聖徳大学音楽文化研究会刊

pdf version rev. 1.8

2004.10.06